

# PROCESSO SELETIVO 2014

02/12/2013

## INSTRUÇÕES

1. Confira, abaixo, o seu número de inscrição, turma e nome. Assine no local indicado.
2. Aguarde autorização para abrir o caderno de prova. Antes de iniciar a resolução das questões, confira a numeração de todas as páginas.
3. A prova desta fase é composta de 10 questões discursivas de Matemática.
4. As questões deverão ser resolvidas no caderno de prova e transcritas na folha de versão definitiva, que será distribuída pelo aplicador de prova no momento oportuno.
5. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos aplicadores de prova.
6. Ao receber a folha de versão definitiva, examine-a e verifique se o nome impresso nela corresponde ao seu. Caso haja qualquer irregularidade, comunique-a imediatamente ao aplicador de prova.
7. As respostas das questões devem ser transcritas **NA ÍNTEGRA** na folha de versão definitiva, com caneta preta.

**Serão consideradas para correção apenas as respostas que constem na folha de versão definitiva.**

8. Não serão permitidas consultas, empréstimos e comunicação entre os candidatos, tampouco o uso de livros, apontamentos e equipamentos eletrônicos ou não, inclusive relógio. O não cumprimento dessas exigências implicará a eliminação do candidato.
9. Não será permitido ao candidato manter em seu poder relógios e aparelhos eletrônicos (BIP, telefone celular, *tablet*, calculadora, agenda eletrônica, MP3 etc.), devendo ser desligados e colocados OBRIGATORIAMENTE no saco plástico. Caso essa exigência seja descumprida, o candidato será excluído do concurso.
10. O tempo de resolução das questões, incluindo o tempo para a transcrição na folha de versão definitiva, é de 2 horas e 30 minutos.
11. Ao concluir a prova, permaneça em seu lugar e comunique ao aplicador de prova. Aguarde autorização para entregar o caderno de prova, a folha de versão definitiva e a ficha de identificação.

Conhecimentos Específicos

**MATEMÁTICA**

**DURAÇÃO DESTA PROVA: 2 horas e 30 minutos**

NÚMERO DE INSCRIÇÃO

TURMA

NOME DO CANDIDATO

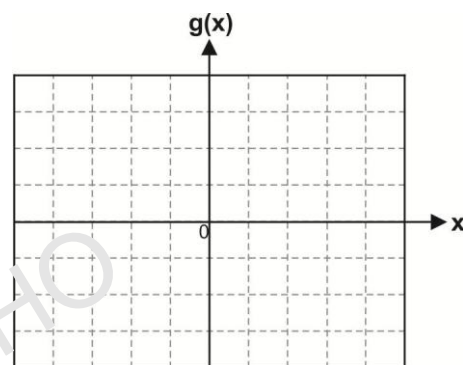
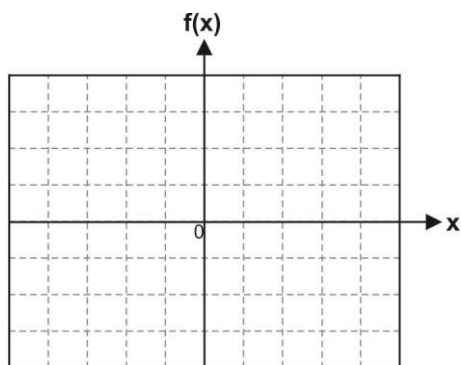
ASSINATURA DO CANDIDATO

CÓDIGO

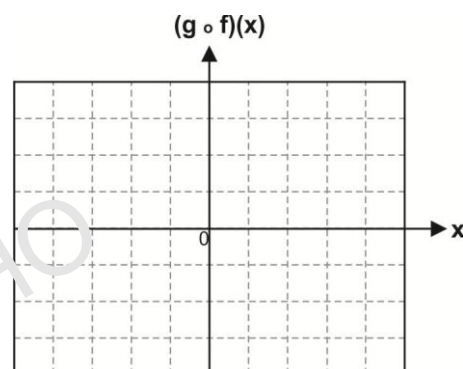
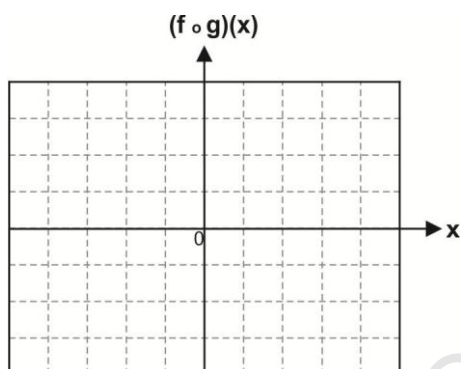


01 - Considere as funções  $f$  e  $g$ , definidas por  $f(x) = x + 1$  e  $g(x) = 2 \times \sin(x)$ , com  $x$  real.

- a) Esboce os gráficos de  $f$  e  $g$ .



- b) Obtenha as expressões de  $f \circ g$  e  $g \circ f$  em função de  $x$ , e esboce o gráfico dessas duas funções compostas.



02 - Para calcular a nota final de seus alunos, um professor de Matemática utiliza a média aritmética das notas obtidas em seis provas. Suponha que a média das notas de um estudante, nas quatro primeiras provas desse professor, foi 8,7.

- a) Se esse estudante obtiver as notas 8,0 e 8,2 nas duas próximas provas, qual será sua média nas seis provas?

- b) Qual deverá ser a média nas duas provas seguintes, para que esse estudante obtenha média final 9,0 nas seis provas?

.....

03 - Uma reta passando pelo ponto  $P(16,-3)$  é tangente ao círculo  $x^2 + y^2 = r^2$  em um ponto Q. Sabendo que a medida do segmento  $\overline{PQ}$  é de 12 unidades calcule:

- a) a distância do ponto P à origem do sistema cartesiano;

- b) a medida do raio r da circunferência.
- .....

04 - No processo de preparação de uma mistura, foi necessário estudar o sistema linear:

$$\begin{cases} p + 2q + r = 3 \\ 2p + \quad + 3r = 8 \\ p + 6q \quad = 1 \end{cases}$$

Nesse sistema, p, q e r representam as quantidades dos três elementos envolvidos na mistura.

a) Calcule o determinante da matriz dos coeficientes desse sistema.

b) Resolva o sistema.

05 - Um programa de computador usa as vogais do alfabeto para gerar aleatoriamente senhas de 5 letras. Por exemplo:

EEIOA e AEIOU

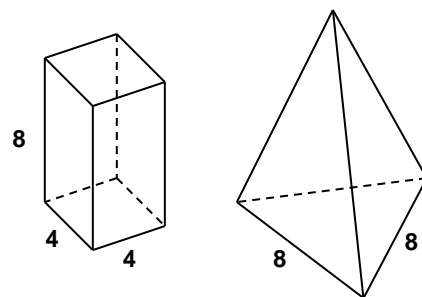
são duas senhas possíveis.

a) Calcule a quantidade total de senhas que podem ser geradas pelo programa.

- b) Uma senha é dita insegura se possuir a mesma vogal em posições consecutivas. Por exemplo: AAEIO, EIIIO, UOUUO são senhas inseguras. Qual a probabilidade do programa gerar aleatoriamente uma senha insegura?

06 - As figuras ao lado apresentam um bloco retangular de base quadrada, uma pirâmide cuja base é um triângulo equilátero, e algumas de suas medidas.

- a) Calcule o volume do bloco retangular e a área da base da pirâmide.

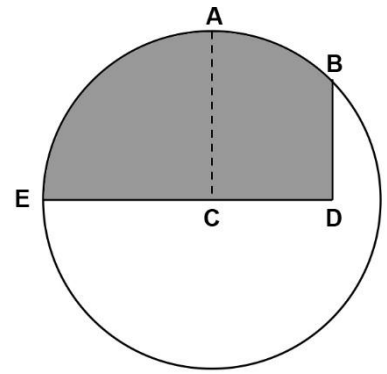


- b) Qual deve ser a altura da pirâmide, para que seu volume seja igual ao do bloco retangular?

07 - A figura ao lado apresenta uma circunferência com centro C e raio 2, o ângulo

$\widehat{CDB}$  é reto e o arco de circunferência  $\widehat{BE}$  mede  $\frac{3\pi}{2}$ .

- a) Calcule o comprimento do segmento  $\overline{BD}$ .



- b) Calcule a medida da área sombreada na figura.

08 - Considere o número complexo

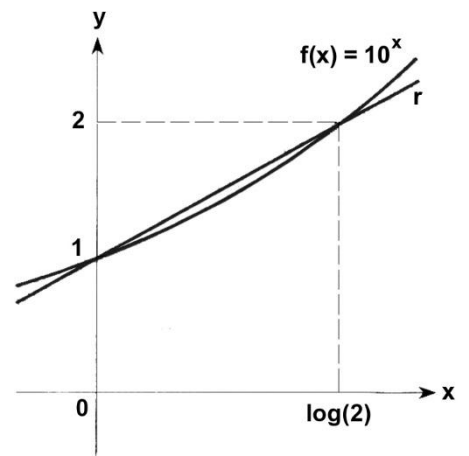
$$z_0 = 4i + \frac{13}{2 + 3i}.$$

- a) Determine a parte real e a parte imaginária de  $z_0$ .

- b) Determine  $a$  e  $b$ , de modo que  $z = 1 - i$  seja solução da equação  $z^2 + az + b = 0$ .

09 - Considere o gráfico da função  $f(x) = 10^x$ , com  $x$  real, e da reta  $r$ , apresentados na figura ao lado.

- a) Utilizando a aproximação  $\log(2) = 0,3$  determine a equação da reta  $r$ .



- b) Como a reta  $r$  está próxima da curva, para valores de  $x$  entre  $0$  e  $\log(2)$ , utilize a equação de  $r$  para obter uma estimativa dos valores de  $10^{0,06}$  e de  $\log(1,7)$ .

10 - Um método numérico, que fornece aproximações para a solução de um problema, estabeleceu a seguinte regra para gerar pontos no plano cartesiano:

$$P_n = \left( 3 + \frac{4}{n}, \frac{2n^2}{n^2 + 10} \right)$$

Dessa forma, quando  $n = 1$  o ponto gerado é  $(7,1)$  e assim por diante.

a) Calcule as coordenadas dos quatro primeiros pontos fornecidos por essa regra.

b) Conforme  $n$  aumenta,  $P_n$  se aproxima de qual ponto do plano cartesiano?