SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO - PROGRAD
DIRETORIA DE PROCESSOS SELETIVOS - DIRPS

Processo Seletivo 2014-2 – Disciplina: MATEMÁTICA

1) Gabarito oficial definitivo - Questão 1

A)

Denotando por S, R e C os salários de um supervisor, um repositor e um caixa, respectivamente, segue as seguintes relações:

$S = 2R$

$C = S - 600$

$2S + 20C + 38R = 86.400$

Substituindo-se as duas primeiras relações na terceira, obtém-se:

$2(2R) + 20\,(2R - 600) + 38R = 86.400$.

Portanto, R = 1200,00 reais.

B)

Pelo item anterior, sabe-se que:

R = 1200,00

C = 1800,00

S = 2400,00

Seja M_A a média dos salários de um repositor, um supervisor e um caixa. Assim,

$M_A = (1200 + 1800 + 2400)/3 = 1800$.

Considere agora $M_D = M_A + 100$ a média após o aumento do salário do repositor, sendo que os salários de cada supervisor e cada caixa permanecem inalterados. Denotando por X o novo salário de um repositor, então,

$M_D = (X + 1800 + 2400)/3 = 1900$.

Logo, X = 1500,00 reais.

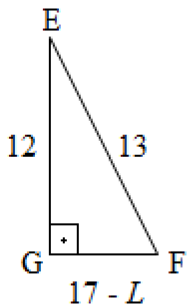
SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO - PROGRAD
DIRETORIA DE PROCESSOS SELETIVOS - DIRPS

Processo Seletivo 2014-2 – Disciplina: MATEMÁTICA

2) Gabarito oficial definitivo - Questão 2

A)

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo EFG, como indicado na figura, obtém-se:



$$13^2 = 12^2 + (17 - L)^2$$

Desenvolvendo:

$$L^2 - 17L + 60 = 0$$

Calculando as raízes:

$$L = 5 \quad \text{ou} \quad L = 12$$

Sendo $L > 7$, deve-se escolher $L = 12$m.

B)

Sejam A_1 a área do setor circular, A_2 a área do triângulo EFG e A_3 a área do trapézio BCDE. Então,

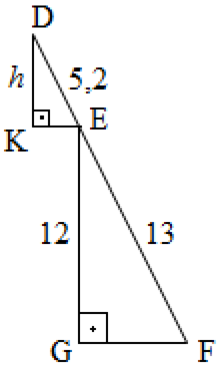
$A_1 = \frac{L^2}{2} = 72m^2$.

Observando a figura do item (a):

$A_2 = \frac{FG.EG}{2} = \frac{5.12}{2} = 30m^2$

Para a obtenção de A_3 é necessário observar a semelhança entre os triângulos DKE e EGF, como representados na figura seguinte:

B)



$$\frac{h}{12} = \frac{5{,}2}{13} \Rightarrow h = 4{,}8 \text{ m}$$

Portanto:

$$A_3 = \frac{(12+3).4{,}8}{2} = 36\text{m}^2.$$

Logo, a área A_T da região sombreada é:

$$A_T = 72 + 30 + 36 = 138\text{m}^2.$$

Processo Seletivo 2014-2 – Disciplina: MATEMÁTICA

3) Gabarito oficial definitivo - Questão 3

A)

A distância de A a T_1 e de A a T_2 pode ser encontrada utilizando a fórmula da distância entre dois pontos ou o teorema de Pitágoras:

$d(T_1,A) = \sqrt{(2\sqrt{3} - 0)^2 + (2 - 0)^2} = 4$

$d(T_2,A) = \sqrt{(4\sqrt{3} - 2\sqrt{3})^2 + (0 - 2)^2} = 4$

Como a unidade de medida é de 10 km, a distância da cidade A às torres T_1 e T_2 é de 40 km.

B)

Observe que o raio das duas circunferências e a distância de A a B é de 4 unidades de medida. Logo, pode-se afirmar que os triângulos AT_1B e AT_2B são equiláteros e a reta que passa pelos centros T_1 e T_2 é mediatriz do segmento AB. Chamando o ponto de intersecção do segmento T_1T_2 com o segmento AB por C, deduz-se então que

$A\widehat{T_1}B$ = 60° ou $\frac{\pi}{3}$, ou ainda, $A\widehat{T_1}C$ = 30° ou $\frac{\pi}{6}$

e a seguir calcula-se a área do setor circular AT_1B:

$\frac{\pi}{3} \cdot \frac{4^2}{2} = \frac{8\pi}{3}$ (ou $\frac{800\pi}{3}$ km^2)

A área do triângulo AT_1B é

$\frac{2\sqrt{3} \cdot 4}{2} = 4\sqrt{3}$ (ou $400\sqrt{3}$ km^2)

A diferença das áreas acima corresponde à área do segmento circular AB.

$\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} = 4\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ (ou $400\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ km^2)

Logo, a área da região de cobertura comum é o dobro desse valor:

$8\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$.

A área procurada em km^2 é:

$800\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$.

Processo Seletivo 2014-2 – Disciplina: MATEMÁTICA

4) Gabarito oficial definitivo - Questão 4

A)

Como compareceram para o jogo 11 amigos e 11 é um número ímpar, tem-se que:

(1) número de maneiras de escolher o árbitro: 11.

(2) número de maneiras de compor as equipes, considerando que a cor da camisa não é um fator de diferenciação: $\frac{1}{2} \cdot C_{10,5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{1}{2} \cdot 252 = 126$.

(3) número de maneiras de compor as equipes, considerando que a cor da camisa é um fator de diferenciação: $C_{10,5} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = 252$.

(4) número de maneiras de se escolher tanto o goleiro do time azul quanto o goleiro do time amarelo: 5.

Para contemplar as diferentes interpretações que surgem do enunciado da questão, considerou-se como válidas as seguintes soluções:

Solução 1: Considerou apenas (1) e (2) e usou o princípio fundamental da contagem, obtendo: $11 \cdot C_{10,5} \cdot \frac{1}{2} = 1386$.

Solução 2: Considerou apenas (1) e (3) e usou o princípio fundamental da contagem, obtendo: $11 \cdot C_{10,5} = 2772$.

Solução 3: Considerou apenas (1), (3) e (4) e usou o princípio fundamental da contagem, obtendo: $11 \cdot C_{10,5} \cdot 5 \cdot 5 = 69300$.

B)

A probabilidade P procurada é a probabilidade dos seguintes eventos:

(1) Zé Maria não foi escolhido árbitro da partida: $\frac{10}{11}$

(2) Zé Maria ficou entre os membros da equipe azul: $\frac{1}{2}$

(3) Na escolha para goleiro do time azul, Zé Maria foi escolhido: $\frac{1}{5}$

Logo, $P = \frac{10}{11} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{11}$.