1

ViajeBem **é uma empresa de aluguel de veículos de passeio que cobra uma tarifa diária de R$ 160,00 mais R$ 1,50 por quilômetro percorrido, em carros de categoria A.** ***AluCar*** **é uma outra empresa que cobra uma tarifa diária de R$ 146,00 mais R$ 2,00 por quilômetro percorrido, para a mesma categoria de carros.**

a) Represente graficamente, em um mesmo plano cartesiano, as funções que determinam as tarifas diárias cobradas pelas duas empresas de carros da categoria A que percorrem, no máximo, 70 quilômetros.

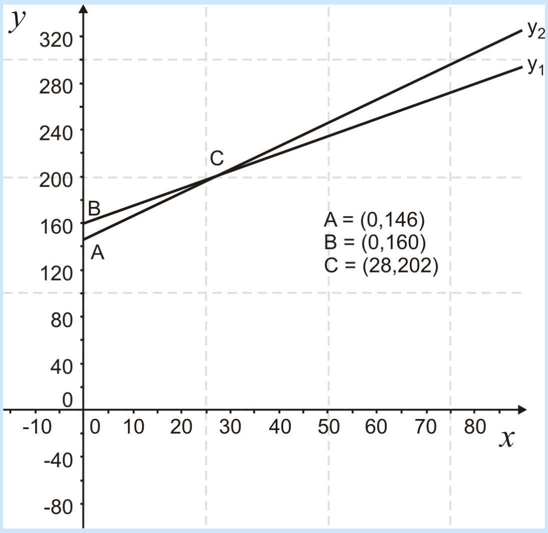
b) Determine a quantidade de quilômetros percorridos para a qual o valor cobrado é o mesmo. Justifique sua resposta apresentando os cálculos realizados.

QUESTÃO 1 – EXPECTATIVA DE RESPOSTA

Conteúdo programático: Função afim. Equação algébrica. Sistemas lineares.

Resposta esperada:

a) Sejam x a quantidade de quilômetros percorridos e y a tarifa cobrada. O gráfico a seguir representa as duas funções das tarifas diárias cobradas pelas duas empresas, no intervalo de $[0, 70]$.



b) Considerando x a quantidade de quilômetros percorridos e y a tarifa cobrada, a expressão algébrica para a empresa *ViajeBem* é dada por $y_1 = 160 + 1,50x$ e a expressão algébrica para a empresa *AluCar* é dada por $y_2 = 146 + 2x$. Para determinar a quantidade de quilômetros percorridos para a qual o valor cobrado é o mesmo, basta igualar as duas expressões, ou seja,

$160 + 1,50x = 146 + 2x$

$160 - 146 = 2x - 1,5x$

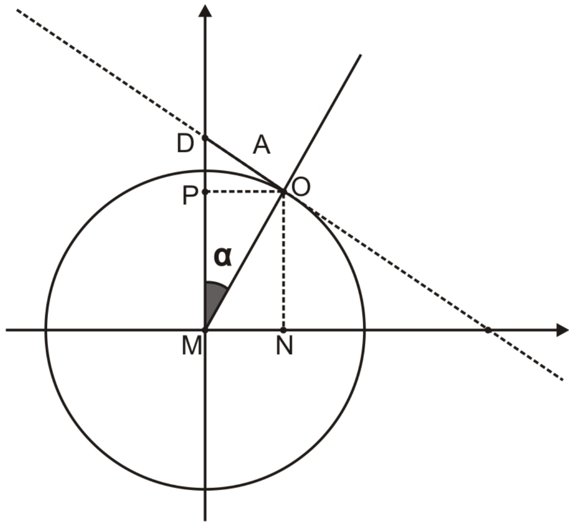
$14 = 0,5x$

$x = 28$.

Portanto, o valor cobrado da tarifa diária será o mesmo nas duas empresas para 28 quilômetros percorridos.

2

Considere, na figura a seguir, uma circunferência trigonométrica de 1 cm de raio, na qual se exibe um ângulo α e uma medida $A = \overline{OD}$, em que $\overline{OD}$ é a distância em cm do ponto O até o ponto D, ou, ainda, a medida do segmento OD.



Sabe-se que a reta que contém o segmento OD tangencia a circunferência no ponto O.

Com base nas informações apresentadas na figura, determine as medidas dos segmentos MN e MP em função da medida A. Justifique sua resposta apresentando os cálculos realizados.

QUESTÃO 2 – EXPECTATIVA DE RESPOSTA

Conteúdo programático: Trigonometria. Identidades trigonométricas. Funções trigonométricas. Relações métricas nos triângulos.

Resposta esperada:

A partir do triângulo retângulo MOD, tem-se que $tg(\alpha) = \dfrac{\dfrac{A}{\overline{MD}}}{\dfrac{1}{\overline{MD}}} = \dfrac{sen(\alpha)}{cos(\alpha)} = \dfrac{A}{1} = A \Rightarrow sen(\alpha) = A \cdot cos(\alpha)$ (I)

A partir do triângulo retângulo MPO, tem-se que $sen(\alpha) = \dfrac{PO}{1} = PO = MN$ e $cos(\alpha) = \dfrac{MP}{1} = MP$

Substituindo (I) em $sen^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$, tem-se

$A^2 \cdot cos^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$

$cos^2(\alpha)(A^2 + 1) = 1$

$cos^2(\alpha) = \dfrac{1}{A^2+1}$

$cos(\alpha) = \pm\sqrt{\dfrac{1}{A^2+1}} = \pm\dfrac{1}{\sqrt{A^2+1}}$

Como $MP = cos(\alpha)$ e $MN = sen(\alpha)$ são mensuráveis, então $MP = \dfrac{1}{\sqrt{A^2+1}}$ e $MN = A \cdot cos(\alpha) = \dfrac{A}{\sqrt{A^2+1}}$.

3

Em uma cidade do Leste Europeu, 71 cidadãos são indicados, anualmente, para concorrerem aos títulos de Cidadão Honorário e Cidadão Ilustre da Terra. Cada indicado pode receber apenas um dos títulos. Neste ano, a família Generoza conta com 7 pessoas indicadas ao recebimento dos títulos.

A partir dessas informações, determine a probabilidade de os 2 cidadãos eleitos pertencerem à família Generoza. Justifique sua resposta apresentando os cálculos realizados.

QUESTÃO 3 – EXPECTATIVA DE RESPOSTA

Conteúdo programático: Análise combinatória: combinação simples. Probabilidade.

Resposta esperada:

Considerando que há 71 cidadãos e que 7 pertencem à família Generoza,

i) o total de possibilidades para haver agrupamento de 2 cidadãos é dado pela seguinte combinação: $C_{71,2} = \dfrac{71!}{69!\,2!} = \dfrac{71 \times 70}{2} = 2485$, pois a ordem em que são selecionados não é relevante;

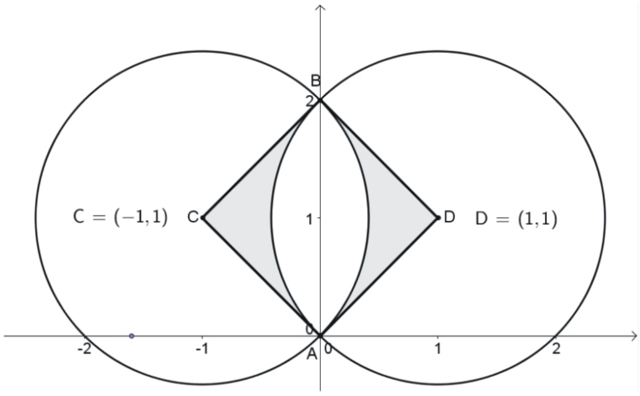
ii) o total de possibilidades para haver agrupamento de 2 cidadãos da família Generoza é dado pela seguinte combinação: $C_{7,2} = \dfrac{7!}{5!\,2!} = \dfrac{7 \times 6}{2} = 21$, pois a ordem em que são selecionados não é relevante.

Portanto, a probabilidade de os 2 cidadãos eleitos pertencerem à família Generoza é de

$$P = \frac{C_{7,2}}{C_{71,2}} = \frac{21}{2485} = 0,00845 \approx 0,84\%.$$

4

Uma indústria de café desenvolveu uma logomarca inspirada na bandeira do Brasil, como ilustrado no esboço a seguir.



O idealizador fez seu esboço em um plano cartesiano com unidades de medida em centímetros.
A partir das informações presentes nesse esboço, determine a área sombreada da logomarca.
Justifique sua resposta apresentando os cálculos realizados.

QUESTÃO 4 – EXPECTATIVA DE RESPOSTA

Conteúdo programático: Geometria plana: área de polígonos, círculos, coroa e setor circular. Geometria Analítica: coordenadas cartesianas na reta e no plano.

Resposta esperada:

Considere o triângulo ABD de altura de 1 cm e base $\overline{AB} = 2$ cm, cuja área é de 1 cm^2.
Como as diagonais do quadrilátero $ADBC$ são iguais, perpendiculares e se interceptam no ponto médio, e os lados do quadrilátero $ADBC$ são iguais, conclui-se que $ADBC$ é um quadrado e o ângulo $A\hat{D}B$ é de $90°$. Assim, a área do setor circular ADB representa $\frac{1}{4}$ da área da circunferência de raio $\sqrt{2}$, isto é,

$$A_{sc} = \frac{1}{4}\pi(\sqrt{2})^2 = \frac{\pi}{2}$$

A área da parte interna branca da figura equivale a duas vezes a área do setor menos duas vezes a área do triângulo, isto é,

$$A_b = 2 \times (\frac{\pi}{2} - 1) = 2 \times \frac{\pi}{2} - 2 \times 1 = \pi - 2$$

A área da região sombreada equivale à área do quadrado $ADBC$ menos a área da parte interna branca, isto é,

$$A_s = 2 - (\pi - 2) = 4 - \pi$$

Portanto a área sombreada mede $4 - \pi$ cm^2.