SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
Pró-Reitoria de Graduação
Diretoria de Processos Seletivos

PROCESSO SELETIVO 2013-2 – SEGUNDA FASE – SEGUNDO DIA

SUGESTÕES DE RESPOSTAS

MATEMÁTICA

PRIMEIRA QUESTÃO

A) A parábola, passando pelos pontos (0,0) e (1,0), pode ser descrita pela equação cartesiana $y = y(x) = ax(x-1)$. Assim, substituindo o ponto (-0.5 , 0.5) nessa equação, segue que $a = {}^{-2}/_{3}$. Logo, $y(2) = \frac{-2}{3}.2.(2-1) = {}^{-4}/_{3}$. Dessa forma, a reta pelos pontos (2 , $\frac{-4}{3}$) e (3,2) pode ser descrita pela equação cartesiana

$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & {}^{-4}/_{3} & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$=0 $\Longrightarrow y = \frac{10}{3}.x - 8$. Então, a ordenada da coordenada cartesiana

de A é nula e, se h é o valor de sua abscissa, tem-se que: $0 = \frac{10}{3}.h - 8 \Rightarrow$ h = ${}^{24}/_{10}$. Portanto, $A = \left(\frac{24}{10}, 0\right)$.

B) Observe que $(goh)(5) = g(5+k) = 2$ e que a parábola passando pelos pontos (4,0) e (6,0) pode ser descrita pela equação cartesiana $y = y(x) = b(x-4)(x-6)$. Como (3,2) é um ponto dessa parábola, segue que 2 = b(3-4)(3-6) ⇒ $b = \frac{2}{3}$. Portanto, dado que k é um número positivo tem-se que:

$$g(5+k) = \frac{2}{3}(5+k-4)(5+k-6) = \frac{2}{3}(k^2-1) = 2 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2.$$

SEGUNDA QUESTÃO

A) Observe que a modelagem do problema nos remete as equações

(I) $x + 1{,}5x = 6y \Longrightarrow y = \frac{2{,}5x}{6}$ e (II) $x + 1{,}5x + (1{,}5)^2 x = 12y - 24$.

Substituindo (I) em (II) segue que x = 96. Logo, y= $\frac{2{,}5.96}{6}$=40.

B) A sequência dos carros transportados corresponde a uma progressão geométrica de cinco termos com razão 1,5 e primeiro termo 96. Portanto, os termos podem ser listados como segue 96, 144, 216, 324 e 486. Assim, a soma desejada corresponde ao valor:

$$\frac{96 - 486.1{,}5}{1 - 1{,}5} = 1266$$

TERCEIRA QUESTÃO

A) Na parte inferior do prisma foi retirado um prisma retangular de $17mm \times 45mm \times 5mm$ (largura×comprimento×altura); na parte superior do prisma foi retirado um prisma retangular de $17mm \times 32mm \times 8mm$ (largura×comprimento×altura) e na parte central foi retirado um cilindro circular reto de raio $4mm$ e altura $17mm$ (correspondente à diferença 30-8-5=17).

B) O prisma a partir do qual é feito a peça tem medidas $17mm \times 55mm \times 30mm$, logo seu volume é $17 \times 55 \times 30 = 28050\, mm^3$. Agora a soma dos volumes dos sólidos retirados é igual a:

$$17 \times 45 \times 5 + 17 \times 32 \times 8 + \pi 4^2 \times 17 = 17(225 + 256 + 16\pi)$$
$$= 8177 + 272\pi\, mm^3$$

Logo, o volume da peça é igual a $(19873 - 272\pi\,)\, mm^3$.

QUARTA QUESTÃO

A) A reta que passa por A e P tem coeficiente angular $m = \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Logo, sua equação cartesiana é:

$$y - 0 = \frac{\sqrt{3}}{3}\big(x - (-100)\big) = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{100\sqrt{3}}{3}.$$

Como $P(0, b)$ é um ponto dessa reta, tem-se que $b = \frac{100\sqrt{3}}{3}$.

B) O centro C do círculo está sobre a mediatriz do segmento AB, que coincide com o eixo y, ou seja, tem-se que C é da forma $C(0, c)$. Além disso, $AC = PC$ é numericamente igual ao raio do círculo procurado. Assim, deve-se ter

$$\big(0 - (-100)\big)^2 + (c - 0)^2 = (0 - 0)^2 + \left(c - \frac{100\sqrt{3}}{3}\right)^2 = c^2 - \frac{200\sqrt{3}c}{3} + \frac{10000}{3}$$

Desenvolvendo e simplificando a expressão anterior, obtém-se $c = \frac{-100\sqrt{3}}{3}$. Portanto, $r = \frac{200\sqrt{3}}{3}$ e a equação procurada é:

$$(x - 0)^2 + \left(y + \frac{100\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{200\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{40000}{3}.$$